

## ~ CURS 1 ~

### I. TEORIA CIRCUITELOR ELECTRICE

#### I.1. Generalități

Circuitele electrice sunt părți importante ale mașinilor, aparatelor, instalațiilor și rețelelor electrice în care au loc fenomene electromagnetice, se transferă energie electromagnetică sau se transformă această energie, reversibil sau ireversibil, în alte forme de energie și au loc dezvoltări de forțe și cupluri de forță, de natură electromagnetică. Circuitele electrice au la bază fenomenul de conducție electrică care are loc în materialele conductoare.

Regimurile electrice se pot studia cu ajutorul ecuațiilor generalizate ale lui Maxwell, dar pentru regimurile staționare acestea capătă o formă simplificată. De asemenea, se consideră o serie de simplificări (general acceptate în regimurile staționare), astfel încât rezolvarea să poată fi ușurată:

- se consideră energia electrică localizată numai în condensatoare, respectiv cea magnetică numai în bobine;
- se neglijează toți curenții electrici, cu excepția celui de conducție (din legea circuitului magnetic);
- se consideră conductoarele filiforme.

#### I.2. Mărimi caracteristice circuitelor electrice

Experiența arată că frecând o vergea de sticlă cu postav de lână sau mătase și apoi separându-le, se observă că între ele și asupra unor mici corpuri situate în apropiere se exercită forțe, respectiv cupluri numite generic ponderomotoare, starea fiind denumită stare de electrizare.

$$\bar{\mathbf{F}}_e = q \cdot \bar{\mathbf{E}}_v \text{ sau } \bar{\mathbf{E}}_v = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\bar{\mathbf{F}}_e}{q} \quad (1.1)$$

Pe această cale se introduce o mărime scalară și primitivă de caracterizare globală a stării de încărcare electrică,  $q$  [C], numită sarcina electrică. Cu ajutorul ei putem introduce imediat două mărimi foarte importante în studiul circuitelor electrice:

- **intensitatea curentului electric** – mărime fizică fundamentală, scalară, ce măsoară cantitatea de sarcină electrică ce traversează secțiunea transversală a unui conductor. Unitatea de măsură a intensității curentului electric este *Amperul*.

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (1.2)$$

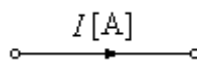


Fig.1.1. Intensitatea curentului electric

- **tensiunea electrică** – mărime fizică derivată, scalară, ce poate avea valori pozitive sau negative, egală cu raportul dintre lucrul mecanic total efectuat de câmpul electric

pentru a transporta sarcina electrică pe întreg circuitul. Unitatea de măsură a tensiunii electrice este *Voltul*.

$$U = \frac{L}{q} \quad (1.3)$$

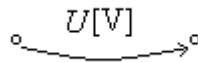


Fig.1.2. Tensiunea electrică

**OBS:** Aparatele de măsură pentru aceste două mărimi sunt **ampermetrul** (pentru intensitatea curentului electric), care se montează în serie pe latura parcursă de curent, respectiv **voltmetrul** (pentru măsurarea tensiunii electrice), care se montează în paralel cu bornele între care se dorește măsurarea tensiunii.

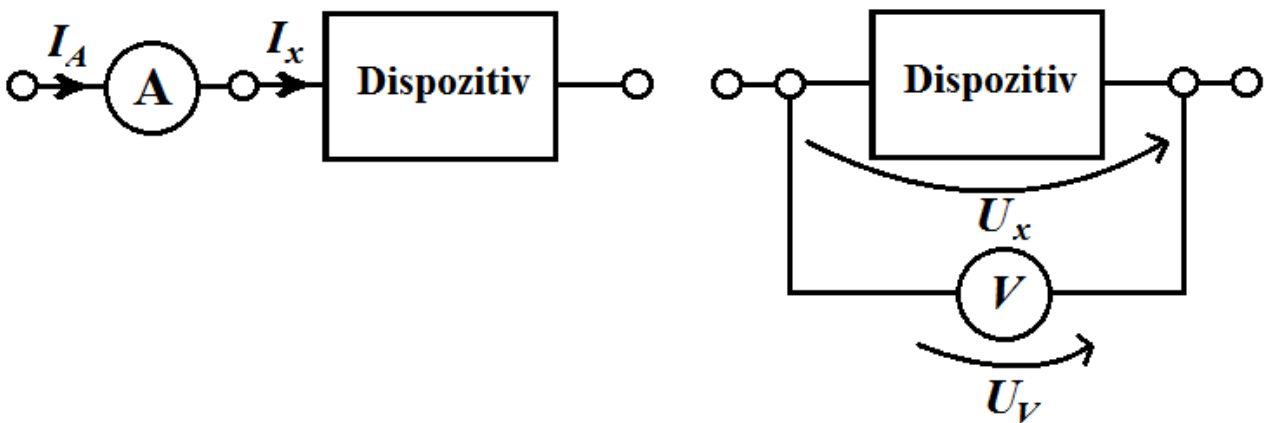


Fig.1.3. Modul de montare al ampermetrului, respectiv al voltmetrului

**Energia electrică**,  $W$  [ $W \cdot s$  sau  $J$ ], degajată sub formă de căldură este egală cu lucrul mecanic efectuat pentru transportul sarcinii electrice.

$$\left. \begin{aligned} L = U \cdot q &\Rightarrow W = U \cdot q \\ I = \frac{q}{t} &\Rightarrow q = I \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow W = U \cdot I \cdot t \quad (1.4)$$

**Puterea electrică**,  $P$  [ $W$ ], este egală cu raportul dintre energia (transferată sub formă de căldură) și timp:

$$P = \frac{W}{t} = U \cdot I \quad (1.5)$$

Puterea electrică într-un circuit se măsoară cu ajutorul watmetrului, ce conține un circuit de curent ce se montează în serie și un circuit de tensiune ce se montează în paralel.

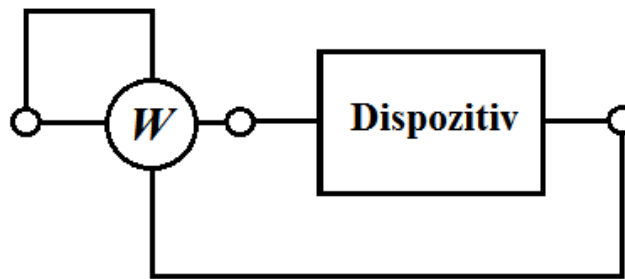


Fig.1.4. Modul de montare al wattmetrului

### I.3. Elemente de circuit

Elementele de circuit sunt modele idealizate (prin selectarea numai a uneia dintre proprietățile lor electrice sau magnetice, considerată esențială, și neglijarea celorlalte), precis definite, cu ajutorul cărora putem reprezenta (modela) dispozitivele electrice și electronice, care sunt obiecte fizice reale. Un element de circuit este caracterizat printr-o relație între curentul și tensiunea la bornele sale. Tensiunea  $u(t)$  și intensitatea curentului  $i(t)$  sunt univoc determinate la bornele elementului de circuit, iar produsul lor:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad (1.6)$$

se numește *putere instantanee*.

Integrala în raport cu timpul a puterii instantanee pe intervalul  $(t_1, t_2)$  se numește *energie electrică*:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt \quad (1.7)$$

În funcție de ecuația caracteristică  $u(t) = u(i(t), t)$ , elementele de circuit se pot clasifica astfel:

- elemente liniare invariabile în timp:  $u(t) = K \cdot i(t) \quad (1.8)$

- elemente liniare variabile în timp (parametrice):  $u(t) = K(t) \cdot i(t) \quad (1.9)$

- elemente neliniare invariabile în timp:  $f(u(t), i(t)) = 0 \quad (1.10)$

- elemente neliniare variabile în timp:  $f(u(t), i(t), t) = 0 \quad (1.11)$

Datorită timpului limitat al cursului, în acest material vom discuta doar despre elementele liniare și invariabile în timp.

Din punctul de vedere al valorilor puterii instantanee, elementele de circuit pot fi clasificate în două categorii:

- elemente de circuit pasive, pentru care în orice punct al caracteristicii de funcționare  $p > 0$ , ceea ce înseamnă că elementul de circuit primește putere pe la borne (rezistorul, bobina, condensatorul);
- elemente de circuit active (sau surse), pentru care cel puțin într-un punct al caracteristicii de funcționare  $p < 0$ , ceea ce înseamnă că elementul de circuit cedează putere pe la borne (sursa de tensiune, sursa de curent).

### A. Rezistorul electric

Rezistorul este un element de circuit a cărui ecuație caracteristică este de forma:

$$u_b = u_R = R \cdot i \quad (1.12)$$

**Rezistorul liniar invariabil în timp.** Acest element este reprezentat în figura 1.5 și are ecuația caracteristică

$$u(t) = R \cdot i(t) \quad (1.13)$$

sau

$$i(t) = G \cdot u(t) \quad (1.14)$$

unde  $R > 0$  este rezistența elementului măsurată în ohmi  $[\Omega]$  și  $G > 0$  este conductanța acestuia, măsurată în siemens  $[S]$ .

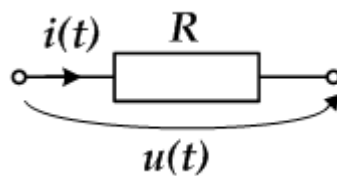


Fig. 1.5. Simbolizarea rezistorului

Ecuațiile (1.13) și (1.14) reprezintă în planul  $(u, i)$  o dreaptă ce trece prin origine; ca urmare, tensiunea și curentul au aceeași formă de variație în timp. Înmulțind ecuația (1.13) cu  $i(t)$  sau (1.14) cu  $u(t)$  se obține puterea instantanee primită pe la borne de rezistor:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = R \cdot i^2(t) = G \cdot u^2(t) \quad (1.15)$$

Indiferent de sensul de referință al tensiunii sau curentului,  $p > 0$  și corespunde efectului electrocaloric de transformare ireversibilă a energiei electrice în căldură.

Dacă  $R = 0$  ( $G \rightarrow \infty$ ) ecuația (1.13) devine:  $u(t) = 0$ , (1.16)

caracteristică a *scurtcircuitului* (fig. 1.6b).

Dacă  $R \rightarrow \infty$  ( $G = 0$ ) ecuația (1.14) devine:  $i(t) = 0$  (1.17)

caracteristică *circuitului deschis* sau a laturii în gol (fig. 1.6c).

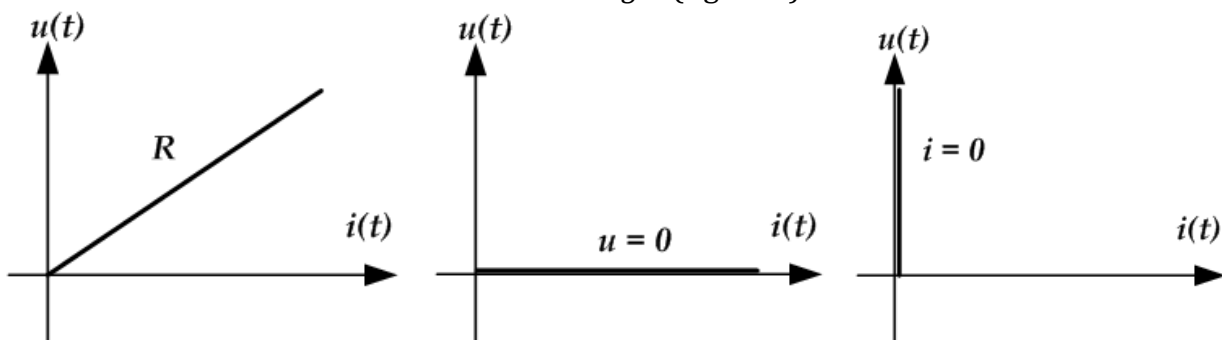


Fig. 1.6. Caracteristicile rezistorului liniar

B. *Bobina electrică*

Bobina necuplată magnetic are ecuația caracteristică

$$u_b = u_L = \frac{d\varphi}{dt} \quad (1.18)$$

numită ecuația de evoluție a bobinei, din care, prin integrare pe intervalul  $(0, t)$  se obține

$$\varphi(t) = \varphi(0) + \int_0^t u(\tau) d\tau; \quad \varphi(0) = \int_{-\infty}^0 u(\tau) d\tau \quad (1.19)$$

Relația (1.19), numită și ecuație de ereditate a bobinei, arată că fluxul magnetic la momentul  $t$  depinde de valorile anterioare ale tensiunii, deci bobina este un element cu memorie. De asemenea rezultă că în intervalul  $(-\infty; \infty)$  fluxul magnetic în bobină este o funcție absolut continuă în timp. Se spune că fluxul are un caracter conservativ.

Dacă rezistența bobinei este nenulă ( $R \neq 0$ ), ecuația (1.18) pentru bobina reală capătă forma:

$$u_b = Ri + \frac{d\varphi}{dt} = u_R + u_L \quad (1.20)$$

**Bobina liniară**, invariabilă în timp și necuplată magnetic cu simbolul din figura 1.7, are ecuația caracteristică

$$\varphi(t) = L \cdot i(t) \quad (1.21)$$

unde  $L > 0$  este inductivitatea măsurată în henry  $[H]$ , constantă pentru o anumită bobină.

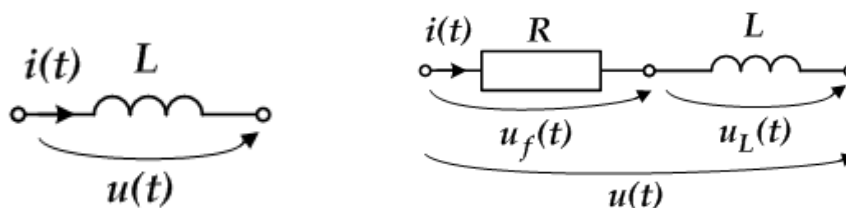


Fig. 1.7. Simbolizarea bobinei ideale și a bobinei reale

În planul  $(\varphi, i)$  caracteristica (1.21) este o dreaptă ce trece prin origine (asemănătoare caracteristicii rezistorului liniar), în consecință fluxul magnetic și curentul au aceeași formă de variație în timp. Ținând seama de ecuațiile (1.18) și (1.16) se obține ecuația caracteristică:

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (1.22)$$

din care, prin integrare pe intervalul  $(0, t)$  rezultă:

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u(\tau) d\tau; \quad i(0) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^0 u(\tau) d\tau \quad (1.23)$$

Bobina liniară invariabilă în timp și necuplată magnetic este complet caracterizată de inductivitatea proprie  $L$  și de intensitatea curentului în momentul inițial  $i(0)$ .

Înmulțind ecuația (1.23) cu  $i d\tau$  și integrând pe intervalul  $(0,t)$  în condiția  $i(0) = 0$ , se obține energia  $W_m$  acumulată în câmpul magnetic al bobinei:

$$W_m = \int_0^t u(\tau) \cdot i(\tau) d\tau = L \int_0^t i^2(\tau) d\tau = \frac{1}{2} Li^2(t) = \frac{1}{2} \varphi(t) \cdot i(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varphi^2(t)}{L} \quad (1.24)$$